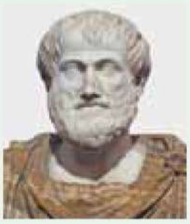
§ 3. Логика высказываний

Возможности компьютера велики. Он может помочь врачу поставить правильный диагноз пациенту, пассажиру — выбрать билет на нужный поезд; компьютер может управлять автомобилем, составлять прогнозы погоды и многое другое.

Для того чтобы выяснить, может ли компьютер «думать», сначала нужно понять, как думает человек. Ведь именно человек создал компьютер, и компьютер выполняет только те действия, которым его научил человек.

Наши знания об окружающем мире мы выражаем в повествовательных предложениях. Такие предложения могут отражать действительность верно или неверно. Думая, человек строит свои рассуждения, основываясь на собственных знаниях.

Еще Аристотель заметил, что правильность рассуждений не зависит от содержания, а определяется формой.



Древнегреческий философ Аристотель (384—322 гг. до н. э.) первым систематизировал формы и правила мышления, разработал теорию умозаключений и доказательств, описал логические операции. Аристотелю принадлежат формулировки основных законов мышления.

У истоков современной логики стоит немецкий математик Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646—1716). Ученый предложил идею представить логические рассуждения как вычисления, подобные вычислениям в математике.

Английский математик и логик Джордж Буль (1815—1864) перенес на логику законы и правила математических (алгебраических) действий, создав тем самым алгебру логики.

На логических элементах строятся логические схемы электронных устройств. Законы булевой алгебры применяются и в программировании.

Наука, изучающая формы рассуждений, называется **формальной логикой**.

Математическая логика использует математические методы для исследования способов построения рассуждений, доказательств, выводов.

Одним из разделов современной математической логики является **логика высказываний**.

На правилах математической логики построены процессы «рассуждений» компьютера. Изучение логики высказываний поможет понять, как можно научить компьютер «думать».

3.1. Понятие высказывания

Высказывание — повествовательное предложение (утверждение), о котором в настоящее время можно сказать, истинно оно или ложно (пример 3.1).

Пример 3.1. Следующие предложения являются высказываниями:

1. Атом водорода самый легкий (истинно).

2. Клетка — центральная часть атома (ложно).

3. Кирилл Туровский — известный английский писатель и оратор, живший во второй половине XII в. (ложно).

4. При делении любого числа (кроме нуля) на само себя получается число 1 (истинно).

Об истинности высказывания можно говорить только в настоящем времени: высказывание «Идет дождь» может быть истинным сейчас и ложным через час.

Как правило, высказывания обозначают заглавными латинскими буквами. Если высказывание A истинно, пишут $A = 1$, если ложно — $A = 0$ (пример 3.2). Часто используют такие обозначения: A = true (истина) и A = false (ложь).

3.2. Логическая операция НЕ

С высказываниями можно производить различные операции, подобно тому как в математике — с числами (сложение, умножение, вычитание и др.).

Логическая операция **НЕ** (отрицание) меняет значение высказывания на противоположное: истинно на ложно, а ложно на истинно.

Логическое отрицание получается из высказывания путем добавления частицы «не» к сказуемому или с использованием оборота «неверно, что...» (пример 3.3). Иногда при построении отрицаний некоторые слова заменяют их антонимами, если это возможно.

Если высказывание содержит слова «все», «всякий», «любой», то его отрицание строится с использованием слов «некоторые», «хотя бы один». И наоборот, для высказываний со словами «некоторые», «хотя бы один» отрицание будет содержать слова «все», «всякий», «любой» (пример 3.4).

Пример 3.2.

A = «a^0 равно 1, если $a \neq 0$»;

B = «Массу измеряют в литрах».

Для приведенного примера $A = 1$, $B = 0$.

Пример 3.3. Построим отрицание высказываний.

Высказывания:

1. У цветковых растений развивается плод.
2. Фреска — это живопись водяными красками по свежей штукатурке.

Отрицание высказываний:

1. У цветковых растений **не** развивается плод.
2. **Неверно, что** фреска — это живопись водяными красками по свежей штукатурке.

Пример 3.4. Построим отрицание высказываний.

Высказывания:

1. Все учащиеся занимаются спортом.
2. Некоторые птицы умеют плавать.
3. Любой цветок имеет запах.
4. Иногда у мамы бывает плохое настроение.

Отрицание высказываний:

1. **Некоторые** учащиеся **не** занимаются спортом.
2. **Все** птицы **не** умеют плавать.
3. **Хотя бы один** цветок **не** имеет запаха.
4. У мамы **всегда** бывает **хорошее** настроение.

Пример 3.5. Определение истинности высказываний с отрицаниями.

1. Ель — это дерево (истинное высказывание). Ель — это не дерево (ложное высказывание).

A = 1, **НЕ** A = 0.

2. Число –7 является положительным (ложное высказывание). Число –7 не является положительным (истинное высказывание).

A = 0, **НЕ** A = 1.

3. Все вещества — металлы (ложное высказывание). Некоторые вещества не металлы (истинное высказывание).

A = 0, **НЕ** A = 1.

4. Все составляющие воздуха являются газами (истинное высказывание). Некоторые составляющие воздуха не являются газами (ложное высказывание).

A = 1, **НЕ** A = 0.

5. Длительность суток не зависит от скорости вращения планеты (ложное высказывание). Длительность суток зависит от скорости вращения планеты (истинное высказывание).

A = 0, **НЕ** A = 1.

6. Дома на левой стороне улицы имеют четные номера (ложное высказывание). Неверно, что дома на левой стороне улицы имеют четные номера (истинное высказывание).

A = 0, **НЕ** A = 1.

Любую операцию над числами в математике обозначают каким-либо знаком: «+», «–», «·», «:». Для логических операций тоже определены свои обозначения. Если операцию отрицания применяют к высказыванию A, то это можно записать так: **НЕ** A. Можно встретить и другие обозначения для логической операции отрицания: **Not** A, $\neg A$, $\overline{A}$, ~A.

Если нас интересует истинность высказывания **НЕ** A, то ее (вне зависимости от содержания) можно определить по таблице истинности:

A	**НЕ** A
1	0
0	1

Из таблицы истинности следует, что отрицанием истинного высказывания будет ложное, а отрицанием ложного — истинное (пример 3.5). Высказывание и его отрицание никогда не могут быть истинными или ложными одновременно.

Например, отрицанием высказывания «У меня есть компьютер» будет высказывание «У меня нет компьютера» (или высказывание «Неверно, что у меня есть компьютер»). Истинность этих высказываний зависит от конкретного человека. Для одних будет истинным первое высказывание, а для других — второе. Но оба высказывания не могут быть истинными или ложными одновременно для одного и того же человека.

Часто трудно установить истинность высказывания. Высказывание «Площадь озера Нарочь 79,6 км^2» в одной ситуации можно посчитать ложным, а в другой — истинным. Ложным — так как указанное значение не является постоянным. Истинным — если рассматривать его как некоторое приближение, приемлемое на практике.

?

1. Что такое высказывание?
2. Какие значения могут иметь высказывания?
3. Что делает логическая операция *отрицание*?
4. Как построить отрицание высказывания?

Упражнения

1 Какие из предложений являются высказываниями, а какие — нет?

1. Включи монитор.
2. Кислород — это газ.
3. Шишка — это цветок.
4. Сколько воды утекло?
5. Все дети — учащиеся.
6. Хотя бы один пароль будет верным.

2 Определите истинность высказываний.

1. 123 — это цифра.
2. Слово «стол» — это существительное.
3. Число 46 является степенью числа 2.
4. Значение выражения $a = \frac{x + y}{3}$ равно 0,75.
5. Железо легче воды.

3 Постройте отрицания высказываний.

1. Миша не может пойти в кино.
2. Соня любит рисовать.
3. Все планеты не имеют атмосферы.

4. В сентябре не бывает дождей.
5. Солнце светит ярко.
6. Некоторые птицы улетают на юг.